

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik²

20 Punkte

1. Gradient 5 Punkte

Gegeben seien die Funktionen $W(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ und $\Phi_n(\vec{r}) = -\frac{c}{r^n}$ mit der imaginären Einheit i , der Länge des Ortsvektors $r = |\vec{r}|$, einem festen Vektor $\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ und $n \in \mathbb{Z}$. Man berechne die Gradientenfelder der o.g. Funktionen. (2P)

Skizzieren Sie die Gradientenfelder $\text{grad } W$, $\text{grad } \Phi_{-1}$ und $\text{grad } \Phi_1$ jeweils für $z = 0$. (3P)

2. Flussintegral bei radialer Strömung 5 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld einer Strömung $\vec{v}(\vec{r}) = \frac{c}{r^3}\vec{r}$ mit $\vec{r}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, $r = |\vec{r}|$ und $c = \text{const} \in \mathbb{R}$. Skizzieren Sie das Vektorfeld für $z = 0$ (1P). Wie groß ist der Fluss $\oint d\vec{A} \cdot \vec{v}$ durch eine konzentrische Kugel mit Radius R ? (4P)

3. Kurvenintegral bei Scherströmung 6 Punkte

Skizzieren Sie das Vektorfeld der Scherströmung $\vec{v}(\vec{r}) = x\hat{y}$ mit $\vec{r}, \vec{v} \in \mathbb{R}^2$ (1P). Berechnen Sie das geschlossene Kurven/Linienintegral $\oint_{\gamma} d\vec{r} \cdot \vec{v}(\vec{r})$ für die Umfahrung γ des Koordinatenursprungs entgegen dem Uhrzeigersinn auf dem Rand des achsparallelen Quadrats mit der Kantenlänge k . Mittelpunkt des Quadrat sei ebenfalls der Koordinatenursprung. (5P)

4. Kurvenintegral eines azimuthalen Geschwindigkeitsfeldes 4 Punkte

Skizzieren Sie das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$ des Wirbels (1P). Berechnen Sie das Kurvenintegral $\oint_{K(R)} d\vec{r} \cdot \vec{v}$ des azimuthalen Geschwindigkeitsfeldes längs des Randes eines konzentrischen Kreises mit dem Radius R , indem Sie den Rand entgegen dem Uhrzeigersinn umfahren. (3P)

¹udo.schwarz@uni-potsdam.de

²<http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehreangebot/2019WSEdynamik/2019WSEdynamik.html>