Universität Potsdam	WS2019/20: Übung 02
Institut für Physik und Astronomie	Vorlesung: Feldmeier
Abgabe Mi 15 Uhr/Do 10 Uhr am 23./24. Oktober 2019	Übung: Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik[2]

23 Punkte

1. Divergenz in Kugelkoordinaten — 7 Punkte

Leiten Sie, ausgehend von der Definition

$$\mathrm{div}\vec{E}(\vec{r}) = \lim_{\Delta V(\vec{r})\to 0} \frac{1}{\Delta V(\vec{r})} \oint_{\partial \Delta V(\vec{r})} \mathrm{d}\vec{a}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}),$$

die Darstellung der Divergenz in Kugelkoordinaten her. $\partial\Delta V(\vec{r})$ bezeichnet die Berandungsfläche des räumlichen Gebietes $\Delta V(\vec{r})$.

2. Gauß'sches Gesetz — 9 Punkte

a) Leiten Sie aus der Maxwell-Gleichung div $\vec{D} = \varrho$ das Gauß'sche Gesetz

$$\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

her und erläutern Sie es in eigenen Worten.

b) Betrachten Sie einen homogen geladenen Hohlzylinder mit der Ladungsdichte

$$\varrho(r,\varphi,z) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \le r < a \\ \varrho_0 & \text{für } a \le r \le b \\ 0 & \text{für } b < r \end{cases}$$

wobei $r = \sqrt{x^2+y^2}$ der Radius in Zylinderkoordinaten sei. Der Hohlzylinder habe eine Länge $L \gg b$, so dass Sie Randeffekte vernachlässigen dürfen und sollen. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ im Innenraum des Hohlzylinders ($r < a$), im Außenraum ($r > b$) und dazwischen ($a \le r \le b$).

3. Ladungswolke — 3 Punkte

Gegeben ist das statische elektrische Feld (mit $A, b = \mathrm{const} > 0$)

$$\vec{E}(r,\vartheta,\varphi) = A\frac{e^{-br}}{r^2}\,\hat{r}$$

Wie groß ist die Gesamtladung nach dem Gaußschen Gesetz?

---

[1] udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2] http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2019WSEDynamik/2019WSEDynanik.html

<u>4.</u> Laplace-Gleichung $\boxed{\textbf{2 Punkte}}$

Zeigen Sie $\Delta(1/r) = 0$ für r ungleich 0 koordinatenfrei, nur mit der Definition von Divergenz und Gradient!

<u>5.</u> Poisson-Gleichung $\boxed{\textbf{2 Punkte}}$

Zeigen Sie $\Delta(1/r) = -4\pi\delta(\vec{r})$, indem Sie eine ϵ-Kugel um den Nullpunkt betrachten, und über ihre Randfläche integrieren.