

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik²

22 Punkte

1. Harmonische Funktionen

6 Punkte

Harmonische Funktionen nehmen ihre Extrema nur auf dem Rand an. Sei also f harmonisch und V ein Gebiet, auf dem f ein Extremum hat. Sei V echte Teilmenge eines größeren Gebietes U in dem f harmonisch ist. Hat man jetzt einen Widerspruch?

2. Neumann-Problem

4 Punkte

Welche Lösungen besitzt das Neumann-Problem $\Delta u = 0$ in D und $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ auf ∂D ? Hierbei ist D eine beschränkte, offene Menge, in der der Gauß'sche Satz angewandt werden darf.

3. Harmonische Funktion

4 Punkte

Geben Sie eine in der Kugelschale $1 < r < 2$ harmonische Funktion $u(\vec{r})$ mit $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ an, die für $r = 1$ bzw. $r = 2$ die konstanten Werte 5 bzw. 4 annimmt.
Tipp: Aus Symmetriegründen kann u als nur von $r = |\vec{r}|$ abhängig angenommen werden.

4. Green'scher Satz und Faraday Käfig

4 Punkte

Betrachten Sie ein Volumen mit vollständiger metallischer Umrandung. Berechnen Sie das elektrische Feld im Inneren des Volumens. Ist die Lösung eindeutig?

Um welchen Typ von Randbedingung handelt es sich (Dirichlet oder Neumann)? Welche Feldstärke herrscht innerhalb des Faraday'schen Käfigs?

Tipp: Greenscher Satz.

5. Neumann'sche Randbedingungen

4 Punkte

Ergänzen/erweitern Sie den Beweis der Vorlesung für Dirichlet'sche Randbedingungen auf Neumann'sche Randbedingungen:

Wenn f und g harmonisch im offenen Kern von V und $\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{\partial g}{\partial n}$ für die Normalenableitung auf dem Rand von V , dann $f = g + \text{const}$ in ganz V (und Rand).

¹udo.schwarz@uni-potsdam.de

²<http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2019WSEdynamik/2019WSEdynamik.html>