Universität Potsdam	WS2019/20: Übung 06
Institut für Physik und Astronomie	Vorlesung: Feldmeier
Abgabe Mi 15 Uhr/Do 10 Uhr am 20./21. November 2019	Übung: Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik[2] **28 Punkte**

1. Cauchy-Riemann'sche Differentialgleichungen **5 Punkte**

Zeigen Sie, dass für analytische Funktionen $w(z)$ die Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen gelten und folglich deren Real- und Imaginärteil harmonische Funktionen sind.

Tipp: Betrachte $\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{d}(u+iv)}{\mathrm{d}(x+iy)}$ *und siehe Bücher über Funktionentheorie, z.B. Arens et al. Mathematik.*

2. Stufenfunktion **6 Punkte**

Zeigen Sie mittels Integration in der komplexen Ebene, dass folgende Darstellung der Stufenfunktion gilt

$$\Theta(x) = \lim_{\epsilon\to 0} \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{e^{-ikx}}{k+i\epsilon}$$

Wie sind die Integrationswege geeignet im Unendlichen zu schließen?

3. Methode der Green'schen Funktion **3 Punkte**

Man löse die Poisson'sche Differentialgleichung der Elektrostatik $\Delta\varphi = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}$, in der ρ die Ladungsdichte und φ das Potential bedeutet. Dabei verwende man die Green'sche Funktion für eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung $\rho(r)$.

4. Symmetrie der Green'schen Funktion **3 Punkte**

Beweisen Sie, dass die Green'sche Funktion des Dirichlet-Problems symmetrisch ist, d.h $G_D(\vec{x},\vec{x}') = G_D(\vec{x}',\vec{x})$.

Tipp: 2. Green'sches Theorem.

5. Energiedichte für einen Zylinderkondensator **3 Punkte**

Berechnen Sie die Energiedichte des elektrischen Feldes für einen Zylinderkondensator mit der Aufladung Q.

---

[1] udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2] http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2019WSEDynamik/2019WSEDynanik.html

6. Randwertproblem beim Metallkasten $\boxed{\textbf{8 Punkte}}$

Ein kubischer Kasten $0 \leq x, y, z \leq \pi$ hat fünf geerdete metallische Seiten. Die sechste Seite $z = \pi$ ist auch aus Metall und hat das Potential Φ_0. Bestimmen Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$ im Kasten!

Tipp: Die Poissongleichung kann durch einen Seperationsansatz $\Phi(\vec{r}) = X(x)Y(y)Z(z)$ gelöst werden. Zur Festlegung der Konstanten der allgemeinen Lösung ist diese als doppelte Fourierreihe zu interpretieren!