Universität Potsdam	WS2019/20: Übung 13
Institut für Physik und Astronomie	Vorlesung: Feldmeier
Abgabe Mi 15 Uhr/Do 10 Uhr am 29./30. Januar 2020	Übung: Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik[2] **21 Punkte**

1. Transformation des Kroneckersymbols **3 Punkte**

Wie transformiert sich eigentlich das Kroneckersymbol unter Koordinatenwechsel?

2. ϵ-Symbol **3 Punkte**

Der Levi-Civita-Tensor 4. Stufe sei gegeben durch $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} = -\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$ mit

$$\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} = \begin{cases} 1 & \{\alpha\beta\gamma\delta\} \text{ in gerader Permutation} \\ -1 & \{\alpha\beta\gamma\delta\} \text{ in ungerader Permutation} \\ 0 & \text{zwei Indizes gleich} \end{cases}$$

. Man beweise die Gleichungen

a) $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\eta}\,\epsilon^{\gamma\eta\rho\sigma} = 2(\delta_\alpha^\rho\,\delta_\beta^\sigma - \delta_\alpha^\sigma\,\delta_\beta^\rho)$

b) $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\eta}\,\epsilon^{\beta\gamma\eta\sigma} = -6\,\delta_\alpha^\sigma$

c) Man berechne $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\eta}\,\epsilon^{\alpha\beta\gamma\eta}$

3. Vierervektoren und Index-Rechnung **9 Punkte**

(a) Man zeige, dass sich die Komponenten $x^\mu = (c\,t, \vec{x}^T)^T$ mit und $\{\mu = 0, 1, 2, 3\}$ bei räumlichen Drehungen wie die Komponenten des dreidimensionalen Vektors $\vec{x}$ transformieren (2 P).

(b) Man zeige, dass sich die Komponenten eines antisymmetrischen Vierertensors 2. Stufe bei räumlichen Drehungen wie die Komponenten zweier unabhängiger Vektoren $\vec{p}$ (polarer Vektor) und $\vec{a}$ (axialer Vektor) des dreidimensionalen Raumes transformieren (3 P).

(c) Der Vierer-Impuls eines freien Teilchens mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ und der Ruhmasse m ist gegeben durch $p^\mu = (\gamma mc, \gamma m\vec{v})$ mit $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$.

i) Zeigen Sie, dass der p^μ eine Lorentz-Invariante ist.

ii) Zeigen Sie, dass für ein freies Teilchen mit der Energie $E = \gamma mc^2$ und dem Impuls $\vec{p}_{\text{rel}} = \gamma m\vec{v}$ die Beziehung $E^2 = c^2 p_{\text{rel}}^2 + m^2c^4$ gilt (4 P).

[1]udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2]http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2019WSEDynamik/2019WSEDynanik.html

4. **Kontinuitätsgleichung in Viererschreibweise** $\boxed{\textbf{6 Punkte}}$

a) Zeigen Sie, dass die Kontinuitätsgleichung in Viererschreibweise durch

$$\partial_\mu \, j^\mu = 0$$

gegeben ist. Zeigen Sie, dass sich die Komponenten von (j^μ) *kontravariant* und die Komponenten von (∂_μ) *kovariant* unter Lorentztransformationen transformieren.

b) Zeigen Sie, dass Lorentztransformationen die Kontinuitätsgleichung forminvariant lassen, dass also

$$\partial'_\mu \, j'^\mu = \partial_\alpha \, j^\alpha$$

gilt.