

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik²

20 Punkte

1. Index-Kalkül

5 Punkte

- a) Sei F^{ij} ein beliebiger antisymmetrischer Tensor, dessen Komponenten zweimal stetig differenzierbar von den Koordinaten x^k abhängen, und sei $\partial_i \equiv \partial/\partial x^i$. Zeigen Sie

$$\partial_i \partial_j F^{ij} = 0.$$

- b) Zeigen Sie die Forminvarianz der Gleichung $\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 j^\nu$ unter Lorentz-Transformation $\Lambda_\sigma^{d'} = \frac{\partial x^{d'}}{\partial x^\sigma}$.

2. Feldstärketensor und Jacobiidentität

5 Punkte

Zeigen Sie für den Feldstärketensor

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix},$$

dass die Jacobiidentität $\partial^\kappa F^{\mu\nu} + \partial^\mu F^{\nu\kappa} + \partial^\nu F^{\kappa\mu} = 0$ und $\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 j^\nu$ mit $\{\mu, \nu = 0, 1, 2, 3\}$ eine Formulierung der Maxwell'schen Gleichungen darstellen.

3. 4-Lorentzkraft

5 Punkte

Zeigen Sie, dass die Lorentzkraft in Viererschreibweise folgende Gestalt hat:

$$G^\mu = j_\nu F^{\mu\nu}$$

j_ν ist die Viererstromdichte.

4. Euler-Lagrange für Felder

5 Punkte

Gegeben sei die Lagrange-Funktion $\mathcal{L} \left(x, t, f(x, t), \frac{\partial f(x, t)}{\partial x}, \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \right)$ mit den unabhängigen Raum-Zeit-Variablen x und t . Leiten Sie die Euler-Lagrange'sche Gleichung zur Bestimmung des Feldes $f(x, t)$ her.

¹udo.schwarz@uni-potsdam.de

²<http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehangebot/2019WSEdynamik/2019WSEdynamik.html>