

## Übungsaufgaben zur theoretischen Mechanik<sup>2</sup>

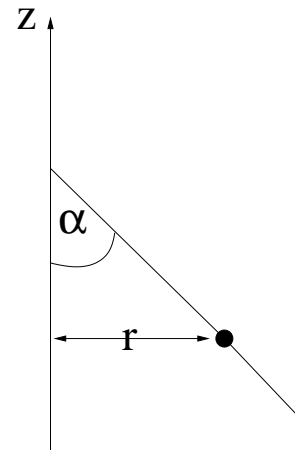
**22 Punkte**

1.

### Perle auf einem Draht

**6 Punkte**

An einer vertikalen Achse ( $z$ -Richtung), die sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht, ist unter dem Winkel  $\alpha$  ein gerader Draht befestigt, auf dem eine Perle der Masse  $m$  reibungsfrei gleitet. In Richtung der negativen  $z$ -Achse wirke ein homogenes Gravitationsfeld mit der Gravitationsfeldstärke vom Betrag  $g$ .



- Bestimmen Sie die Zwangsbedingungen. Sind diese holonom? Stellen Sie die Lagrange-Gleichungen 1. Art in Zylinderkoordinaten  $z, r, \varphi$  auf.
- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für die Anfangsbedingungen  $r(t=0) = \dot{r}(t=0) = 0$ .
- Berechnen Sie die Zwangskräfte.
- Berechnen Sie die Energie der Perle. Zeigen Sie, dass der Energiegewinn durch Zwangsarbeit verursacht wird.

2.

### Paar auf einer Parabel

**5 Punkte**

Zwei Teilchen der Massen  $m_1$  und  $m_2$ , die durch eine masselose Stange der Länge  $L$  verbunden sind, werden reibungsfrei auf einer Schiene der Gestalt  $y = \frac{1}{2}ax^2$  geführt. Es wirkt nur die Schwerkraft in negativer  $y$ -Richtung.

- Wie viele Zwangsbedingungen gibt es in diesem System?
- Geben Sie die Ausdrücke für die Zwangsbedingungen explizit an!
- Wie lauten die Bewegungsgleichungen in Form der Lagrange-Gleichungen 1. Art?

---

<sup>1</sup>udo.schwarz@uni-potsdam.de

<sup>2</sup><http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/2020SSMechanik.html>  
<http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/>

**3. Erstes Newtonsches Gesetz auf gekrümmten Flächen**

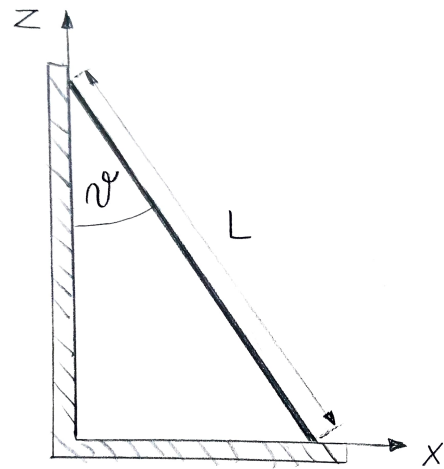
**5 Punkte**

Ein Massepunkt  $m$  bewegt sich kräftefrei (keine Gravitation) auf irgendeiner Fläche  $G(x, y, z) = 0$ . Zeigen Sie mit den Lagrangeschen Gleichungen erster Art, dass  $m$  sich mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  bewegt. (Das erste Newtonsche Gesetz gilt also auch auf gekrümmten Flächen.)

**4. Reibungsfrei abrutschendes Brett**

**6 Punkte**

Ein anfänglich fast senkrecht stehendes Brett mit Länge  $L$  und Masse  $m$  rutscht im homogenen Schwerfeld reibungsfrei an Wand und Boden.



- Bestimmen Sie die Zwangsbedingungen.
- Wie lautet die Lagrangefunktion? Verwenden Sie den Neigungswinkel  $\vartheta$  des Brettes als Freiheitsgrad!
- Nutzen Sie den Energiesatz zur Angabe der Geschwindigkeit des Schwerpunktes des Brettes  $v(\vartheta)$ .
- Bei welchem Winkel  $\vartheta$  ist die horizontale Geschwindigkeit  $v_x$  maximal?
- Bei welchem Winkel  $\vartheta$  ist die horizontale Beschleunigung  $a_x$  maximal?
- Begründen Sie: Das Brett verliert den Wandkontakt noch bevor es in ganzer Länge den Boden berührt.