

Übungsaufgaben zur theoretischen Mechanik²

20 Punkte

1. Infinitesimale und kanonische Transformationen

6 Punkte

Es seien $\delta\vec{a}$ und $\delta\vec{\phi}$ infinitesimale vektorielle Parameter. Was bedeuten die durch

- a) $F_2(\vec{r}, \vec{P}) = \vec{r} \cdot \vec{P} + \delta\vec{a} \cdot \vec{P}$
- b) $F_2(\vec{r}, \vec{P}) = \vec{r} \cdot \vec{P} + \delta\vec{\phi} \cdot (\vec{r} \times \vec{P})$

erzeugten kanonischen Transformationen? Schreiben Sie die Galilei-Transformation als kanonische Transformation. Wie ändert sich die Hamilton-Funktion?

2. Kanonische Transformation: Oszillator

6 Punkte

Gegeben sei die Hamiltonfunktion $H = p_x^2 + x^2$. Finden Sie die kanonische Transformation, die H in die neue Hamiltonfunktion $K = P^2Q^4 + \frac{1}{Q^2}$ transformiert. Benutzen Sie die Eigenschaften der kanonischen Transformation und die Beziehung $x = \frac{1}{Q}$. Wie lauten die Erzeugenden F_2 und F_3 ?

3. Erzeugende F_2 .

8 Punkte

Ein mechanisches System soll die explizit zeitabhängige Hamiltonfunktion

$$H(q, p, t) = H_0(q, p) + \epsilon q \sin \omega t$$

haben, mit Konstanten ϵ und ω . Die Hamiltonfunktion H_0 sei zeitunabhängig, wird aber nicht weiter spezifiziert.

- a) Wie lauten die Hamilton-Gleichungen?
- b) Finden Sie ein geeignetes $f(q, t)$, so daß die erzeugende Funktion

$$F_2(q, P, t) = -qP - f(q, t),$$

eine kanonische Transformation $q, p \rightarrow Q, P$ und $H(q, p, t) \rightarrow h(Q, P)$ ergibt, nach der die Bewegungsgleichungen wieder kanonische Form $\dot{Q} = \partial h / \partial P$ und $\dot{P} = -\partial h / \partial Q$ haben. Zeigen Sie letzteres durch explizite Rechnung.

Hinweis. Die Lösung durch fast rein formale Rechnung. Diese aber bitte sehr sorgfältig.

¹udo.schwarz@uni-potsdam.de

²<http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/2020SSMechanik.html>
<http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/>