Universität Potsdam	SS2020: Übung 13
Institut für Physik und Astronomie	V: Feldmeier
Abgabe am 16. Juli 2020, 24 Uhr	Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur theoretischen Mechanik[2] $\boxed{\textbf{20 Punkte}}$

1. Dyadisches Produkt $\boxed{\textbf{6 Punkte}}$

Das dyadische Produkt $\vec{a}\,|\,\vec{b}$ von zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ wird so definiert:

$$(\vec{a}\,|\,\vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a}\,(\vec{b} \cdot \vec{c}), \tag{1}$$

wobei $\vec{c}$ ein beliebiger dritter Vektor ist, und "$\cdot$" das Skalarprodukt (von Vektor mit Vektor und Dyade mit Vektor) bedeutet.

Betrachten Sie ein kartesisches Koordinatensystem:

(a) Wie lautet dann die rechte Seite von Gleichung (1)?

(b) Wie lautet also die linke Seite von Gleichung (1) (damit diese Gleichung richtig ist)?

(c) Was ist also $(\vec{a}\,|\,\vec{b})_{ij}$?

(d) Zeigen Sie, das jedes Produkt 'Matrix mal Vektor' oder 'Matrix mal Matrix' durch Dyaden geschrieben werden kann.

2. Trägheitstensor $\boxed{\textbf{6 Punkte}}$

Berechnen Sie für einen Quader homogener Massendichte mit den Kantenlängen a, b, c in einem Koordinatensystem mit Ursprung im Massenmittelpunkt und Koordinatenachsen parallel zu den Kanten des Quaders die Elemente des Trägheitstensors.

3. Unwucht $\boxed{\textbf{8 Punkte}}$

a) Zeigen Sie: der Trägheitstensor einer dünnen kreisförmigen Scheibe mit Radius R und Masse M, die in der xy-Ebene liegt, ist in Bezug auf den Scheibenschwerpunkt S

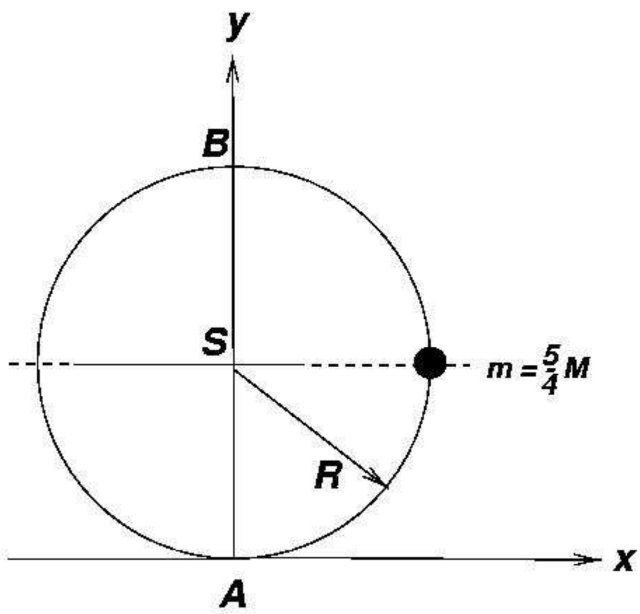
$$\frac{MR^2}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

[1] udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2] http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/2020SSMechanik.html
http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/

b) Die Scheibe wird nun verschoben und berührt die x-Achse im Punkt A. Am Scheibenrand wird in Höhe R über der x-Achse ein Massenpunkt $m = \frac{5}{4}M$ befestigt. Zeigen Sie (unter Benutzung des Steinerschen Satzes): der Trägheitstensor von Scheibe und Massenpunkt in Bezug auf A ist

$$\frac{MR^2}{4}\begin{pmatrix} 10 & -5 & 0 \\ -5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}.$$



c) Finden Sie die Hauptträgheitsmomente dieses Tensors.

d) Finden Sie die Hauptträgheitsachse nur für das *größte* der drei Hauptträgheitsmomente. Deutung?