Universität Potsdam	WS2020/21: Übung 03
Institut für Physik und Astronomie	Vorlesung: Feldmeier
Abgabe am 26. November bis 10 Uhr	Übung: Albrecht/Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik[2] **23 Punkte**

1. Gauß'sches Gesetz **7 Punkte**

Betrachten Sie einen homogen geladenen Hohlzylinder mit der Ladungsdichte

$$\varrho(r, \varphi, z) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq r < a \\ \varrho_0 & \text{für } a \leq r \leq b \\ 0 & \text{für } b < r \end{cases}$$

wobei $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ der Radius in Zylinderkoordinaten sei. Der Hohlzylinder habe eine Länge $L \gg b$, so dass Sie Randeffekte vernachlässigen dürfen und sollen. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ im Innenraum des Hohlzylinders ($r < a$), im Außenraum ($r > b$) und dazwischen ($a \leq r \leq b$).

2. Räumlich homogene Ladungsverteilung in einer Kugel **3 Punkte**

Gegeben sei eine räumlich homogene Ladungsverteilung in einer Kugel. Gesucht ist das elektrische Feld in einem nicht zentrierten kugelförmigen Hohlraum der Kugel.

3. Ladung und Feldstärke **5 Punkte**

Gegeben ist das statische elektrische Feld (mit $A, b = \text{const}$)

$$\vec{E} = A\,\frac{e^{-br}}{r^2}\,\hat{r}$$

Wie groß ist die Gesamtladung Q?

4. Feldenergie von Punktladungsverteilungen **8 Punkte**

a) Zeigen Sie folgende Produktregel:

$$\operatorname{div}(\phi\,\vec{E}) = \vec{E} \cdot \operatorname{grad}\phi + \phi\,\operatorname{div}\vec{E}, \tag{1}$$

wobei ϕ ein Skalarfeld und $\vec{E}$ ein Vektorfeld sei. Benutzen Sie (1), um

$$\oint_{\partial V} \phi\,\vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_V \vec{E} \cdot \operatorname{grad}\phi\,dV + \int_V \phi\,\operatorname{div}\vec{E}\,dV$$

zu zeigen.

---

[1] Fred.Albrecht@uni-potsdam.de, udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2] **Aufgaben:** https://udohschwarz.github.io/Lehre/lehrangebot/2020WSEDynamik/2020WSEDynamik.html, **Punkteliste:** http://theosolid.physik.uni-potsdam.de/tpphp/index.php?tpii/ws2021

b) Gegeben n Punktladungen q_i, an den Orten $\vec{r}_i$. Welche Arbeit kostet es diese Ladungsverteilung aus paarweise unendlich entfernten Punktladungen zusammenzubauen? Zeigen Sie, dass die Antwort auch als

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} q_i \, \phi(\vec{r}_i) \tag{2}$$

geschrieben werden kann. Was ist in diesem Fall die Bedeutung von ϕ?

c) Der Versuch (2) auf kontinuierliche Ladungsverteilungen auszudehnen, führt zu

$$W = \frac{1}{2} \int_V \varrho \, \phi \, dV. \tag{3}$$

Über welches Volumen wird hier integriert? Beschreibt (3) wirklich die gleiche Fragestellung wie (2)?

Zeigen Sie, dass aus (3) mit Hilfe von (a)

$$W = \frac{\varepsilon}{2} \int_V |\vec{E}|^2 \, dV$$

folgt, wobei $V = \mathbb{R}^3$. Darf man einfach so $\mathbb{R}^3$ als Volumen annehmen?