Universität Potsdam	WS2020/21: Übung 07
Institut für Physik und Astronomie	Vorlesung: Feldmeier
Abgabe am 7. Januar bis 10 Uhr	Übung: Albrecht/Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik[2] **31 Punkte**

1. Legendreentwicklung des Punktquellenpotentials **10 Punkte**

Sei $\vec{r}$ der Ort einer Ladung, $\vec{x}$ der Ort der Feldmessung. Sei $\cos\theta = \hat{r}\cdot\hat{x}$ und $x = |\vec{x}|$, $r = |\vec{r}|$. Es wird behauptet

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{x}|} = \frac{1}{r}\sum_{l=0}^{\infty}\left(\frac{x}{r}\right)^l P_l(\cos\theta), \qquad \text{für } x < r, \tag{1}$$

und

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{x}|} = \frac{1}{x}\sum_{l=0}^{\infty}\left(\frac{r}{x}\right)^l P_l(\cos\theta), \qquad \text{für } x > r. \tag{2}$$

Zeigen Sie durch Einsetzen, dass die P_l folgende Differentialgleichung erfüllen, wobei $y \in [-1, 1]$ eine reelle Variable ist

$$\frac{d}{dy}\left[(1-y^2)\frac{dP_l(y)}{dy}\right] + l(l+1)P_l(y) = 0, \tag{3}$$

also dass alle P_l die Legendrepolynome sind.

2. Besselfunktionen 1. Art **9 Punkte**

Zeigen Sie, dass die Bessel'sche Differentialgleichung

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2-\alpha^2)y = 0$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}_+$ durch die Besselfunktionen 1. Art

$$J_\alpha(x) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m!\,\Gamma(m+\alpha+1)}\left(\frac{x}{2}\right)^{2m+\alpha}$$

gelöst wird. Beginnen Sie mit dem Potenzreihen-Ansatz

$$y = x^s\sum_{\lambda=0}^{\infty}a_\lambda x^\lambda$$

mit $a_0 \neq 0$.

[1] Fred.Albrecht@uni-potsdam.de, udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2] **Aufgaben:** https://udohschwarz.github.io/Lehre/lehrangebot/2020WSEDynamik/2020WSEDynamik.html, **Punkteliste:** http://theosolid.physik.uni-potsdam.de/tpphp/index.php?tpii/ws2021

3. Kraft auf dielektrische Platte am Kondensator — 6 Punkte

Betrachten Sie eine dielektrische Platte, die teilweise zwischen zwei Platte eines planparallelen Plattenkondensators eingeschoben ist. In der Randzone ist das elekrische Feld nicht senkrecht zu den Platten. Berechnen Sie die Kraft auf die dielektrische Platte.

4. $\vec{B}$ einer beliebig geformten geschlossenen Stromschleife — 6 Punkte

Das Gesetz von Biot-Savart lautet

$$\mathrm{d}\vec{B}\left(\vec{x}\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\mathrm{d}\vec{l} \times \frac{\vec{x}-\vec{r}}{\left|\vec{x}-\vec{r}\right|^3}.$$

Zeigen Sie damit, dass für die magnetische Induktion einer geschlossenen Stromschleife

$$\vec{B}\left(\vec{x}\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\nabla\Omega$$

gilt! Dabei ist Ω der Raumwinkel unter dem die Schleife von $\vec{x}$ aus gesehen wird.
Hinweis: Integralsatz

$$\oint_{\partial A} \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{v} = \int_A \left(\mathrm{d}\vec{a} \times \nabla\right) \times \vec{v}$$