

## Übungsaufgaben zur Elektrodynamik<sup>2</sup>

**22 Punkte**

### 1. Taylorreihenentwicklung

**4 Punkte**

Bitte entwickeln Sie

$$\frac{f(x - \epsilon)}{|x - \epsilon|}$$

um  $x$  bis quadratisch in  $\epsilon$ .

### 2. Drehmatrizen mit imaginärem Winkel

**8 Punkte**

Vektoren in der Euklidischen Ebene sind unter Drehungen um den Winkel  $\phi \in \mathbb{R}$

$$D(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

längeninvariant.

Zeigen Sie, dass entsprechende Drehungen in der Minkowski'schen  $(x^0) - (x^1)$ -Ebene mit  $(x^0) = ct$  und  $(x^1) = ix$  um einen imaginären Winkel  $\phi = i\alpha$  mit  $\alpha \in \mathbb{R}$  Lorentz-Transformationen

$$L(\alpha) = \begin{pmatrix} \cosh \alpha & -\sinh \alpha \\ -\sinh \alpha & \cosh \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} = L(\beta)$$

mit  $\beta = v/c$  und  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$  bedeuten.

### 3. Additionstheorem für Geschwindigkeiten

**10 Punkte**

Gegeben seien drei Inertialsysteme  $S$ ,  $S'$  und  $S''$  mit den Relativgeschwindigkeiten  $u$  ( $S'$  bezüglich  $S$ ) und  $v$  ( $S''$  bezüglich  $S'$ ). Die Bewegung aller Systeme erfolge entlang der  $x$ -Achse.

- Berechnen Sie die Lorentztransformation zwischen  $S$  und  $S''$ . Leiten Sie die den Ausdruck für die Geschwindigkeitsaddition her.
- Zeigen sie, dass Lorentztransformationen eine multiplikative Gruppe bilden.  
*Hinweis:* Sie können die Lorentztransformationen als 4x4-Matrizen beschreiben, die Vierervektoren auf einander abbilden.

<sup>1</sup>Fred.Albrecht@uni-potsdam.de, udo.schwarz@uni-potsdam.de

<sup>2</sup>**Aufgaben:** <https://udohschwarz.github.io/Lehre/lehrangebot/2020WSEdynamik/2020WSEdynamik.html>,  
**Punktliste:** <http://theosolid.physik.uni-potsdam.de/tpphp/index.php?tpii/ws2021>

- c) Gewinnen Sie das Additionstheorem der Geschwindigkeiten auch mittels der Darstellung der Lorentztransformation, bei der relativistische Zweivektoren  $(ct, x)$  durch Pseudodrehungen um den Winkel  $\phi_v = \arctan(-\beta)$  im Minkowskiraum durch

$$L_v = \begin{pmatrix} \cosh \phi_v & \sinh \phi_v \\ \sinh \phi_v & \cosh \phi_v \end{pmatrix}$$

aufeinander abgebildet werden.

Sie dürfen  $c = 1$  setzen.